

NIELINIOWA ANALIZA NUMERYCZNA NOŚNOŚCI NA DOCISK PRZY JEDNOCZESNYM WYSTĘPOWANIU POPRZECZNYCH NAPRĘŻEŃ ROZCIĄGAJĄCYCH W BETONIE ZWYKŁYM

Piotr Sokal

Streszczenie: Artykuł przedstawia wyniki analizy numerycznej strefy docisku w betonie zwykłym przy jednoczesnym występowaniu naprężeń rozciągających w kierunku prostopadłym. Obliczenia wykonano na próbkach cylindrycznych o średnicy $D = 20$ cm i wysokości 40 cm. Obliczenia prowadzono na betonie klasy C30/37, przy sześciu poziomach obciążenia rozciągającego (w tym bez obciążenia) przyłożonego do pobocznic walca. Zaobserwowano, że dla dużych wartości stosunku powierzchni przekroju poprzecznego do powierzchni docisku R . Znaczący wpływ naprężeń rozciągających można było zaobserwować głównie powyżej poziomu 0.5 wytrzymałości na rozciąganie.

Słowa kluczowe: docisk przy rozciąganiu, docisk, strefy zakotwień

1. Wstęp

Aktualnie wśród konstrukcji żelbetowych coraz częściej zaobserwować można pewien wzrost wykorzystywania sprężenia. Znajduje ono zastosowanie przede wszystkim w mostownictwie oraz w budynkach z pomieszczeniami parkingowymi i konferencyjnymi. Celem użycia sprężenia jest umożliwienie skonstruowania przekrój i stropów żelbetowych o rozpiętościach ponad 10 m. Wśród zastosowań można spotkać stropy dwukierunkowo sprężone lub stropy gęstożebrowe sprężone oparte na masywnych żelbetowych ryglach. W tego typu konstrukcjach w strefie zakotwień mamy do czynienia zagadnieniem docisku, na który dodatkowo mogą mieć wpływ naprężenia ścinające i rozciągające w kierunku prostopadłym do sprężenia.

Określenie nośności na docisk przy jednoczesnym rozciąganiu poprzecznym jest bardzo trudne do wykonania w warunkach laboratoryjnych, ze względu na skomplikowany i prawnie niemożliwy sposób przyłożenia równomiernego rozciągania we wszystkich kierunkach. Celem poniższego artykułu jest próba określenia tej nośności przy użyciu metody elementów skończonych (MES). W analizowanej przez autora literaturze nie znaleziono odniesień dotyczących tego zagadnienia.

Polskie i europejskie przepisy normowe nie uwzględniają faktu możliwości występowania dodatkowych naprężeń rozciągających w strefie docisku. W przypadku docisku bez udziału naprężeń rozciągających norma EC2 [Eurokod 2 2008] stosuje wzór (1).

$$F_{Rdu} = A_{c0} \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \quad (1)$$

Z powyższego wzoru wynika, że nośność na docisk zależy od wytrzymałości betonu na rozciąganie i stosunku powierzchni rozdziału (A_{c1}) i powierzchni docisku (A_{c0}). Wzór ten zakłada również, że wymiary powierzchni rozdziału nie mogą być większe niż trzykrotne wymiary powierzchni docisku.

2. Materiał i metody

Analiza numeryczna została przeprowadzona na próbkach walcowych o wysokości $H = 40$ cm i średnicy $D = 20$ cm. Do analizy przyjęto beton klasy C30/37 o średniej wytrzymałości na ściskanie 38 MPa i średniej wytrzymałości na rozciąganie równej 2.9 MPa.

Czynnikiem zmiennym był stosunek (R) pola powierzchni przekroju poprzecznego próbki (powierzchni rozdziału) do pola powierzchni docisku o kształcie koła o średnicy D_0 . Wynosił on 1.0, 1.5, 2.0, 4.0, 6.0, 9.0 i 16.0. Wielkość powierzchni rozdziału dla ostatniej wartości wg zaleceń normy EC2 powinna być równa wielkości przyjmowanej dla próbki o stosunku $R = 9.0$. W tab. 1 przedstawiono wymiary powierzchni docisku dla poszczególnych próbek.

Tab. 1. Wymiary próbek i powierzchni docisku

Typ próbki	R	D [mm]	D_0 [mm]	A_c [mm ²]	A_{c0} [mm ²]
C30 R1.0	1.0	200.00	200.00	31415	31416
C30 R1.5	1.5		163.30		20944
C30 R2.0	2.0		141.42		15708
C30 R4.0	4.0		100.00		7854
C30 R6.0	6.0		81.65		5236
C30 R9.0	9.0		66.67		3491
C30 R16.0	16.0		50.00		1963

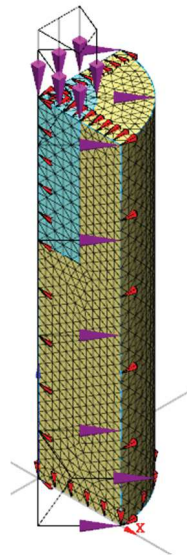
Drugim czynnikiem była wartość prostopadłych naprężeń rozciągających. Analizowano wpływ tych naprężeń na nośność w stosunku do wytrzymałości na rozciąganie. Przyjęto w analizie 6 poziomów naprężeń

rozciągających tj. 0%, 20%, 40%, 60%, 70% i 80% wytrzymałości na rozciąganie, co dawało odpowiednio naprężenia 0.00MPa, 0.58 MPa, 1.16MPa, 1.74MPa, 2.03MPa i 2.32 MPa.

Obliczenia numeryczne zostały przeprowadzone w programie TNO DIANA z nakładką graficzną FX+. W analizie numeryczne wykorzystano model betonu z rozmytym zarysowaniem z całkowitymi odkształceniami rysy i stałym kącie rysy [TNO DIANA 2012]. Do analizy betonu rozciąganego zarysowanego zastosowano wykładniczą krzywą σ - ε [TNO DIANA 2012]. Uwzględniono również redukcję wytrzymałości betonu na ściskanie przy zarysowaniu przez zastosowanie modelu Vecchio i Collinsa [Vecchio, Collins 1993, TNO DIANA 2012].

Obliczenia prowadzono na ćwiartkach cylindrów. Było to możliwe dzięki wykorzystaniu symetrii obciążenia i kształtu próbek. Jako warunki brzegowe przyjęto blokadę przesuwu pionowego na podstawie dolnej próbki. Na pionowych bokach ćwiartki walca zastosowano blokadę przesuwu normalnego do tej powierzchni. Wykorzystane elementy skończone miały kształt piramid o boku około 10 mm oraz posiadały liniowe funkcje kształtu. Łączna liczba elementów skończonych wynosiła ok. 12000 w próbce o $R = 1.0$ i między 15000 a 19100 w pozostałych próbkach. W analizie w celu określenia wielkości przyrostu obciążenia wykorzystano metodę iteracyjną, która oblicza wielkość przyrostu obciążenia na podstawie optymalnej liczby iteracji w danym kroku i liczby iteracji w poprzednim kroku. Optymalna liczba iteracji założona w analizie to liczba 7. Przyjęto, że do zniszczenia dochodzi, gdy w kolejnym kroku nie osiągnięto zgodności (dla kryterium siły - 0.01, przemieszczenia - 0.01 i energii - 0.0001) w ciągu 30 iteracji. Ryc. 1. przedstawia przykładową próbkę (C30 R4.0).

Obliczono również wartości wytrzymałości na docisk wg zaleceń normy EC2 [Eurokod 2 2008], przy założeniu wytrzymałości betonu 38 MPa.



Ryc. 1. Próbką C30 R4.0

3. Wyniki

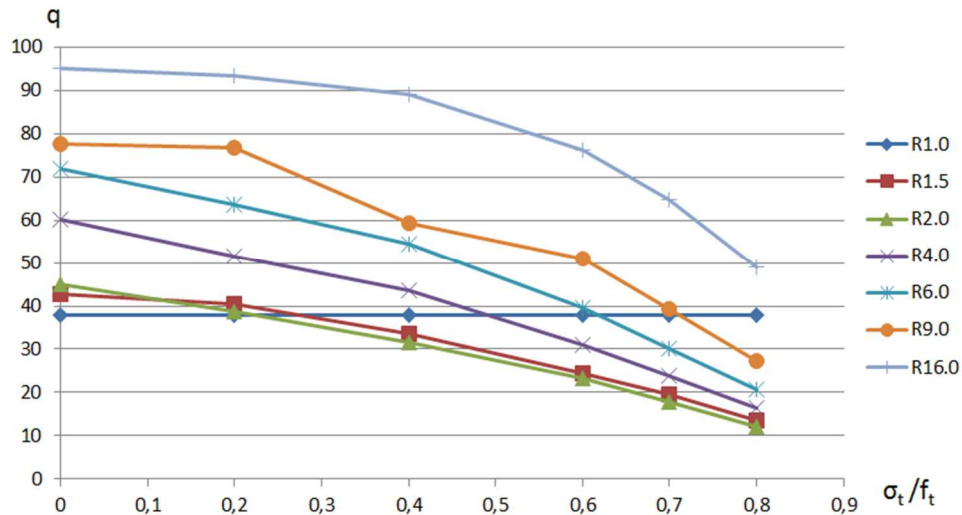
Rezultaty analizy numerycznej i obliczeń wg normy EC2 przedstawiono w tab. 2. W tab. 3 podano wartość redukcji nośności w zależności od obciążenia rozciągającego. W wynikach wartość q oznacza nośność wyrażoną jako ciśnienie na powierzchni docisku, w indeksie wartości q podano przypadek obliczeń: EC2 – wg Eurokodu 2, 0% - bez naprężeń rozciągających, 20% i kolejne wartości - obliczenia przy naprężeniach rozciągających równych odpowiednim częściom wytrzymałości na rozciąganie. Ryc. 2. przedstawia wykres wartości nośności q w zależności od stosunku wstępnych naprężeń rozciągających do wytrzymałości na rozciąganie dla różnych wartości R .

Tab. 2. Wyniki obliczeń

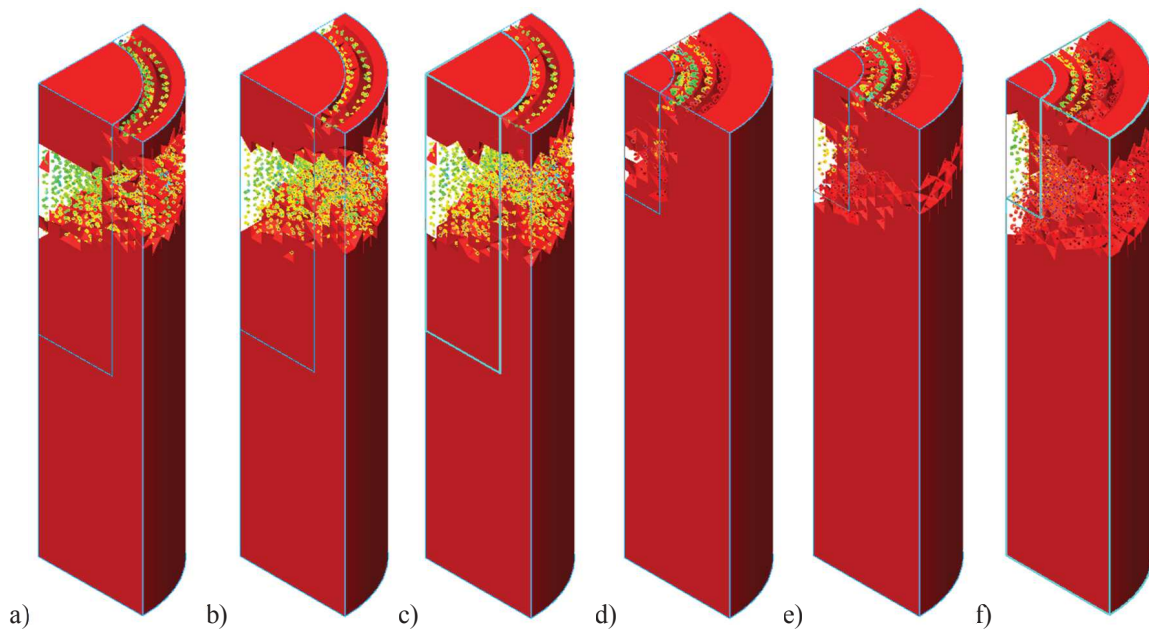
Typ próbki	R	q_{EC2} [MPa]	$q_{0\%}$ [MPa]	$q_{20\%}$ [MPa]	$q_{40\%}$ [MPa]	$q_{60\%}$ [MPa]	$q_{70\%}$ [MPa]	$q_{80\%}$ [MPa]
C30 R1.0	1.0	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00
C30 R1.5	1.5	46,54	42,65	40,36	33,56	24,46	19,64	13,62
C30 R2.0	2.0	53,74	45,15	38,82	31,61	23,38	17,95	12,11
C30 R4.0	4.0	76,00	60,27	51,69	43,68	31,06	23,92	16,48
C30 R6.0	6.0	93,08	71,91	63,70	54,55	39,47	30,27	20,78
C30 R9.0	9.0	114,00	77,60	76,71	59,39	51,16	39,20	27,40
C30 R16.0	16.0	114,00	95,10	93,48	89,06	76,32	64,91	49,15

Tab. 3. Wartość redukcji w zależności od wstępnych naprężeń rozciągających

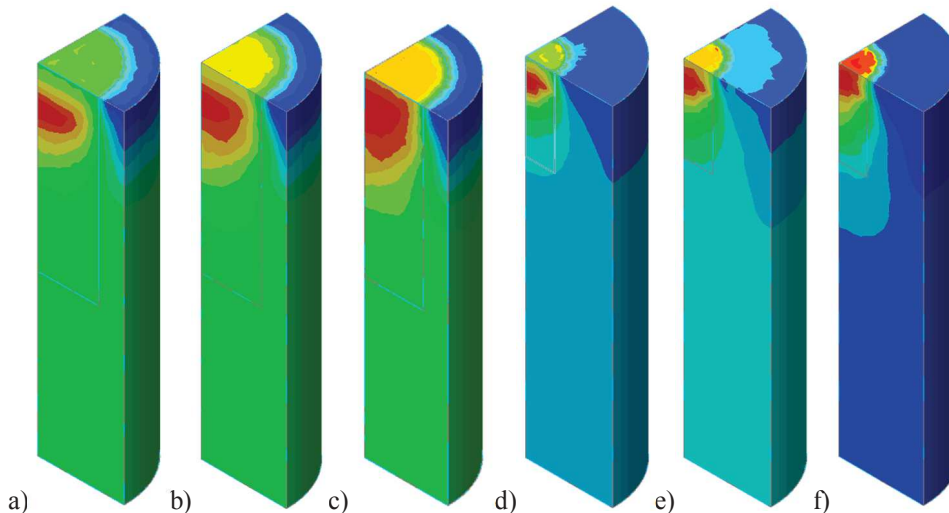
Typ próbki	R	$q_{0\%}/q_{EC2}$	$1-q_{20\%}/q_{0\%}$	$1-q_{40\%}/q_{0\%}$	$1-q_{60\%}/q_{0\%}$	$1-q_{70\%}/q_{0\%}$	$1-q_{80\%}/q_{0\%}$
C30 R1.0	1.0	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
C30 R1.5	1.5	0,92	0,05	0,21	0,43	0,54	0,68
C30 R2.0	2.0	0,84	0,14	0,30	0,48	0,60	0,73
C30 R4.0	4.0	0,79	0,14	0,28	0,48	0,60	0,73
C30 R6.0	6.0	0,77	0,11	0,24	0,45	0,58	0,71
C30 R9.0	9.0	0,68	0,01	0,23	0,34	0,49	0,65
C30 R16.0	16.0	0,83	0,02	0,06	0,20	0,32	0,48

Ryc. 2. Nośność na docisk w zależności od stosunku wstępnych naprężeń rozciągających σ_t do wytrzymałości na rozciąganie f_t

Analiza obejmowała również sposób zarysowania się elementów. Ryc. 3. przedstawia zarysowanie próbek C30 R2.0 i C30 R9.0 w blisko chwili zniszczenia przy różnych poziomach wstępnych naprężeń rozciągających. Uzyskano również wartości odkształceń pionowych pod powierzchnią docisku. Ryc.4. prezentuje mapy rozkładu odkształceń pionowych wraz z maksymalnymi wartościami w nawiasach.



Ryc. 3. Sposób zarysowania próbek:
 C30 R2.0 – a) $\sigma_t/f_t = 0,0$, b) $\sigma_t/f_t = 0,4$ c) $\sigma_t/f_t = 0,8$,
 C30 R9.0 – d) $\sigma_t/f_t = 0,0$, e) $\sigma_t/f_t = 0,4$, f) $\sigma_t/f_t = 0,8$



Ryc. 4. Mapy odkształceń pionowych w chwili zniszczenia (wartości maksymalne w nawiasach)
 C30 R2.0 – a) $\sigma_t/f_t = 0.0$ (0.00181), b) $\sigma_t/f_t = 0.4$ (0.00102), c) $\sigma_t/f_t = 0.8$ (0.00036),
 C30 R9.0 – d) $\sigma_t/f_t = 0.0$ (0.00258), e) $\sigma_t/f_t = 0.4$ (0.00162), f) $\sigma_t/f_t = 0.8$ (0.00063)

4. Dyskusja

Zaprezentowane wyniki pokazują, że nośność na docisk maleje wraz ze wzrostem naprężeń rozciągających. W rezultatach można zauważyć następującą tendencję: począwszy od wartości wstępnych obciążeń rozciągających równych 50% wytrzymałości na rozciąganie f_t , redukcja nośności wraz ze wzrostem obciążenia rozciągającego rosła szybciej niż przy obciążeniach mniejszych niż 50% f_t . Wyniki prowadzone dla sytuacji bez wstępnego obciążenia rozciągającego są średnio mniejsze o 17% od obliczeń wg EC2.

Zastanawiające wyniki uzyskano dla przypadku ściskania ($R = 1.0$), gdzie dla wszystkich poziomów naprężeń rozciągających nośność próbek wynosiła 38 MPa co odpowiada wytrzymałości betonu na ściskanie. Fakt ten wynikał z tego, że zaproponowany model nie był odpowiedni dla takiej sytuacji. W celu rozwiązania tego problemu można zastosować inny model betonu lub też w prowadzić blokadę przesuw we wszystkich kierunkach na podstawie dolnej walca, co spowodowałoby zmianę w rozkładzie naprężeń.

Wynik uzyskany dla próbki C30 R9.0 przy naprężeniach rozciągających na poziomie 0.4 f_t odbiega w pewnym stopniu od pozostałych. Można to łatwo zaobserwować na ryc. 2. Prawdopodobną przyczyną może być mniej odpowiednie siatkowanie w pobliżu powierzchni docisku.

5. Wnioski

Z przeprowadzonych badań numerycznych można wyciągnąć pewne wnioski. Po pierwsze, naprężenia rozciągające mają znaczący wpływ na nośność na docisk i powodują jej zredukowanie. Przy wstępnych naprężeniach rozciągających na poziomie 40% f_t nośność zredukowana jest o około 30%. Wraz ze wzrostem obciążenia bocznego wartość przyrostu redukcji rośnie i przy obciążeniu rozciągającym na poziomie 80% f_t może wynosić nawet ponad 70%.

Zaobserwowano również trend, który pokazuje, że wraz ze wzrostem stosunku powierzchni przekroju poprzecznego próbki do powierzchni docisku wpływ wstępnych naprężeń rozciągających jest mniejszy w przedziale od 0% - 80% f_t . Potwierdzeniem tego jest porównanie wyników próbek C30 R16.0 i C30 R4.0, gdzie redukcja przy wstępnych naprężeniach rozciągających wynoszących 80% f_t wynosi odpowiednio 48% i 73 %.

Faktem, na który należy zwrócić uwagę jest konieczność zastosowania odpowiedniego siatkowania obiektu, a także niemożliwość korzystania z modelu w przypadku, w którym R wynosi 1.0.

6. Literatura

- Eurokod 2.** 2008.PN-EN 1992-1-1:2008, Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1. Reguły ogólne i reguły dla budynków. PKN, Warszawa.
- Selby R. G., Vecchio F. J.** 1993. Three-dimensional Constitutive Relations for Reinforced Concrete. Tech Rep. 93-02, University of Toronto, dept. Civil Engineering, Toronto.
- Vecchio F. J., Collins M. P.** 1993. Compression response of cracked reinforced concrete. Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 12. ASCE, 3590-3610.
- TNO DIANA,** 2012. User's Manual – Material Library – release 9.4.4, TNO DIANA BV, Delft.

Nazwa instytucji: Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Pracownia Konstrukcji Sprężonych

Opiekun naukowy: dr hab. inż. Andrzej Seruga, prof. PK

Adres do korespondencji: piotr@sokal.pl